

## ВЛИЯНИЕ ТРОПОСФЕРЫ НА ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ ЛИНИИ СВЯЗИ “КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ – НАЗЕМНАЯ СТАНЦИЯ СЛЕЖЕНИЯ”

© 2019 г. М. Н. Андрианов<sup>1</sup> \*, В. И. Костенко<sup>1</sup>, С. Ф. Лихачев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва, Россия

\*mihail-andrian@asc.rssi.ru

Поступила в редакцию 19.04.2018 г.

После доработки 26.12.2018 г.

Принята к публикации 24.01.2019 г.

Рассмотрены алгоритмы обеспечения высокой скорости и достоверности передачи данных в условиях логнормальных амплитудных флуктуаций, определяемых дифракцией Фраунгофера, на линии космический аппарат – наземная станция слежения при когерентном и некогерентном методах приема сигналов. Отмечено преимущество когерентного приема сигналов миллиметрового диапазона со случайным помехоустойчивым кодом.

DOI: 10.1134/S0023420619040010

### ВВЕДЕНИЕ

Как было показано в [1] применение миллиметрового (мм) диапазона, вследствие увеличения полосы частот канала связи, существенно повышает спектральную эффективность и пропускную способность беспроводной передачи данных наземно-космической радио интерферометрии (НКР) на линии космический аппарат – наземная станция слежения (КА – НСС) до скорости соизмеримой со скоростью записи цифровых широкополосных данных в бортовую память КА, обеспечивая тем самым бесперебойную работу наземно-космического интерферометра.

При распространении в турбулентной атмосфере логнормальные флуктуации амплитуды волны  $A(t)$  радиосигналов миллиметрового (мм) и субмиллиметрового диапазонов могут быть выражены через нормально распределенный уровень  $\chi$  [2] с нулевым средним. Уровень  $\chi$  соответствует логарифму нормированной амплитуды волны  $\chi = \ln(A(t)/A_0)$ . Экспериментальные данные хорошо подтверждают вывод о нормальном распределении случайной величины  $\chi$  в тех случаях, когда применимо [2] первое приближение метода плавных возмущений (1)

$$C_\epsilon k^{1/3} z \ll 1, \quad (1)$$

где  $C_\epsilon$  – структурная постоянная (структурная функция диэлектрической проницаемости);  $k$  – волновое число ( $2\pi/\lambda$ ), где  $\lambda$  – длина волны;  $z$  –

длина пути электромагнитной волны по каналу с логнормальными флуктуациями (по тропосферному каналу),  $A(t)$  и  $A_0$  – соответственно мгновенная амплитуда волны и амплитуда волны в невозмущенной среде. При  $C_\epsilon = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-2/3}$ ;  $\lambda = 0.004 \text{ м}$ ;  $z < 400 \cdot 10^3 \text{ м}$  указанное неравенство соблюдается. Поскольку логарифм амплитуды, как и уровень  $\chi$ , распределен по нормальному закону, то сама амплитуда  $A(t)$  и нормированная амплитуда  $X(t) = A(t)/A_0$  имеют логарифмически нормальное распределение.

Следует иметь в виду, что плотность вероятности отношения сигнал/шум (ОШС) сигналов мм диапазона для атмосферного канала также описывается логнормальным законом [3, 4], а его дисперсия, наряду с длиной волны, зависит от дальности распространения по тропосфере, которая в свою очередь зависит угла места антенны [1, 2]. Плотность вероятности ОШС [3] представлена выражением (2)

$$p(\gamma) = \left(1/2\gamma\sqrt{2\pi\sigma_\chi^2}\right) \exp\left[-(\ln\sqrt{\gamma/\gamma_0} + \sigma_\chi^2)/2\sigma_\chi^2\right], \quad (2)$$

где  $\sigma_\chi^2$  – дисперсия логнормального процесса,  $\gamma$  и  $\gamma_0$  соответственно мгновенное и среднее значение ОСШ на входе приемного устройства.

## ДИСПЕРСИЯ ЛОГНОРМАЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ТРОПОСФЕРЫ

Дисперсия в (1) определяется в зависимости от соотношения радиуса ( $R$ ) первой зоны Френеля (3)

$$R = \sqrt{\lambda z_1}, \quad (3)$$

с внутренним и внешним масштабами турбулентности [2, 5]. В (3)  $z_1$  общая длина пути распространения электромагнитной волны от передающей антенны. Известно [5], что внутренний масштаб турбулентности ( $l_0$ ) определяется кинематической вязкостью воздуха ( $\nu$ ) по формуле

$$l_0 = \sqrt[4]{\nu^3/\varepsilon} \quad (4)$$

и имеет порядок размерности в приземистом слое примерно 1 мм. В (4)  $\varepsilon$  – скорость диссипации энергии турбулентности [5].

Внешний масштаб турбулентности ( $L_0$ ) определяется турбулентными вихрями, описываемыми законом Колмогорова–Обухова для изотропных сред и обусловлен неравномерностью нагрева воздуха. Порядок величины  $L_0$  соответствует динамическому диапазону ( $L_0/l_0$ ) турбулентности [5]  $10^3$ – $10^4$  и составляет примерно 10 м в приземном слое.

Рассмотрим вначале случай, когда радиус первой зоны Френеля значительно меньше внутреннего масштаба турбулентности ( $R \ll l_0$ ). Поскольку логарифм амплитуды, как и уровень  $\chi$ , распределен по нормальному закону с нулевым средним, то при этом средний квадрат уровня  $\chi$  равен его дисперсии ( $\overline{\chi^2} = \sigma_\chi^2$ ). Из [2] известно, что при выполнении условия ( $R \ll l_0$ )

$$\langle \chi^2 \rangle = \sigma_\chi^2 = z^3/24 \int_0^\infty [\Delta_\perp^2 \psi_\varepsilon(\rho, \zeta)]_{\rho=0} d\zeta, \quad (5)$$

где  $\psi_\varepsilon(\rho, \zeta)$  – автокорреляционная функция комплексного поля  $\zeta$ ,  $\Delta_\perp$  – оператор поперечного (относительно пути распространения  $z$ ) дифференцирования-дифференциальный оператор в линейном пространстве гладких функций. В этом случае дисперсия определяется методом геометрической оптики в зависимости от случайных фокусировок-расфокусировок (линзирования) объектов размеров порядка  $l_0$ . Из (5) следует, что при  $R \ll l_0$  [2] дисперсия возрастает кубически в зависимости от расстояния. При длине волны около 4 мм величина радиуса первой зоны Френеля ( $R$ ) на пути распространения электромагнитной волны существенно превышает внутренний масштаб турбулентности. При этом скорость диссипации энергии турбулентности в тропосфере, при увеличении высоты может возрастать стократно [5],

однако в соответствии с (4) это может увеличить  $l_0$  только в 3.16 раза ( $\sqrt[4]{100}$ ).

Рассмотрим теперь ситуацию, когда радиус первой зоны Френеля существенно превосходит внутренний масштаб турбулентности и значительно меньше внешнего масштаба  $L_0 \gg R \gg l_0$ . В этом случае эффект фокусировки от объектов с размерами порядка  $l_0$ , описываемый методом геометрической оптики, влияет слабо. Для этого случая, при определении дисперсии, характерный вклад дает не режим дифракции Фраунгофера, а френелевская дифракция [2] или даже геометрическая оптика от объектов размерности  $L_0$ . Дисперсия для этой ситуации [2] определяется по формуле (6)

$$\langle \chi^2 \rangle = \sigma_\chi^2 = \Psi_\chi(0, z) = NC_\varepsilon^2 k^{7/6} z^{11/6}, \quad (6)$$

где  $N$  – числовая константа, равная [2]  $N = \pi^2 A/2 \int_0^\infty (1 - \sin t^2/t^2) t^{-8/3} dt \approx 0.077$ ,  $A$  – постоянный множитель, равный 0.033. Из (6) следует, что при  $L_0 \gg R \gg l_0$  средняя квадратичная флуктуация амплитуды (дисперсия) возрастает от расстояния почти квадратично.

Наконец, рассмотрим случай, когда радиус первой зоны Френеля значительно больше внешнего масштаба турбулентности,  $R \gg L_0$ . При этом дисперсия определяется см. [2] как (7)

$$\langle \chi^2 \rangle = \sigma_\chi^2 = \sqrt{2\pi}/8 \sigma_\varepsilon^2 k^2 a z (1 - \arctg D/D), \quad (7)$$

где  $\sigma_\varepsilon^2$  – дисперсия флуктуаций диэлектрической проницаемости;  $a$  – (перечник раскрытия излучения) параметр, характеризующий неоднородность поле внешнего масштаба турбулентности ( $L_0$ );  $D$  – волновой параметр, определяемый как

$$D = 2\pi\lambda z_1/l_0^2. \quad (8)$$

Известно, что при  $D \gg 1$ , в случае фраунгоферовой дифракции и в пределах первой зоны Френеля с радиусом  $\sqrt{\lambda z_1}$  уместается много неоднородностей поля [2], соответствующих радиусу корреляции  $L_0$  флуктуации диэлектрической проницаемости [5] для внешнего масштаба турбулентности ( $L_0$ ). Поэтому в силу центральной предельной теоремы теории вероятностей закон распределения величин  $a$  приближается к нормальному. Нормализация этих величин обусловлена “фильтрующим” действием свободного пространства и имеет такую же природу, как и нормализация временных сигналов на выходе узкополосных фильтров [2]. Соответственно, в среде распространения, при условии  $R \gg L_0$  корреляци-

онная функция флуктуации диэлектрической проницаемости описывается гауссовой кривой

$$\Psi_\varepsilon(r) = \sigma_\varepsilon^2 \exp(-r^2/2a), \quad (9)$$

и при этом размер неоднородностей характеризуется единственным масштабом  $a$ .

Из (8) следует, что волновой параметр пропорционален соотношению квадратов радиуса первой зоны Френеля и внутреннего масштаба турбулентности и возрастает линейно от  $z_1$ . В этом случае, при условии  $R \gg L_0$ , влияние френелевской дифракции невелико и преобладает режим дифракции Фраунгофера. В моменты, когда радиус первой зоны Френеля соизмерим с внутренним или внешним масштабами турбулентности, существенно влияние геометрической оптики и френелевской дифракции или френелевской дифракции в сочетании с дифракцией Фраунгофера.

Известно, что при достаточно больших  $z$ , когда  $z \gg L_0$  структурная функция [2] испытывает насыщение и будет равна удвоенной дисперсии диэлектрической проницаемости

$$D_\varepsilon(z_1) = D_\varepsilon(\infty) = C_\varepsilon^2 L_0^{2/3} = 2\sigma_\varepsilon^2. \quad (10)$$

С учетом (10) и при условии, что при  $D \gg 1$  в (7) членом  $\text{arctg} D/D$  можно пренебречь, средний квадрат уровня  $\chi$  составит (11)

$$\langle \chi^2 \rangle = \sigma_\chi^2 \approx \sqrt{2\pi}/16 C_\varepsilon^2 L_0^{2/3} k^2 a z. \quad (11)$$

Масштаб неоднородностей  $a$  пропорционален радиусу корреляции флуктуации диэлектрической проницаемости и всегда меньше вихрей внешнего масштаба турбулентности ( $L_0$ ). Примем  $a = L_0$  для ограничения сверху среднего квадрата уровня  $\chi$ . С учетом последнего допущения дисперсия логнормального процесса составит (12)

$$\langle \chi^2 \rangle = \sigma_\chi^2 \approx \sqrt{2\pi}/16 C_\varepsilon^2 L_0^{2/3} k^2 z. \quad (12)$$

Из (12) следует, что при  $R \gg 1$  средний квадрат уровня  $\chi$  зависит от длины пути электромагнитной волны по тропосферному каналу ( $z$ ) линейно. На рис. 1 представлены зависимости указанного среднего квадрата (дисперсии) от длины пути электромагнитной волны по тропосферному каналу ( $z$ ) при  $R \gg L_0$  (сплошная прямая) и при  $L_0 \gg R \gg l_0$  для  $\lambda = 4$  мм.

Как видно из графика и в соответствии с (12) на начальном участке длины пути ( $z$ ) дисперсия уровня  $\chi$  при  $R \gg L_0$  существенно превосходит дисперсию для случая, когда радиус первой зоны Френеля существенно отличается от внешнего и внутреннего масштабов турбулентности ( $L_0 \gg R \gg l_0$ ), поскольку несмотря на линейную зависимость от  $z$ , коэффициент (волновое число)  $k^2$  для столь малой длины волны велик. Например, при  $z = 40$  км дисперсия составит около 0.18.

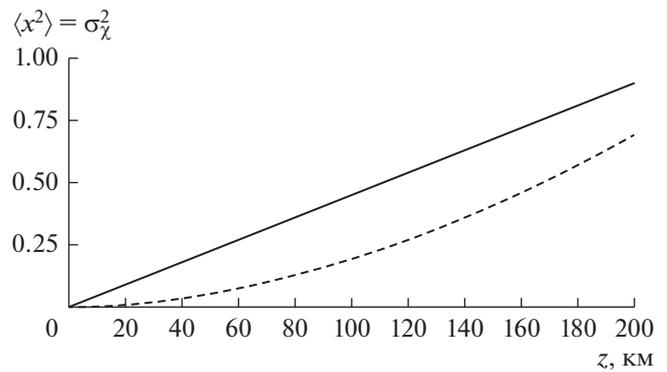


Рис. 1

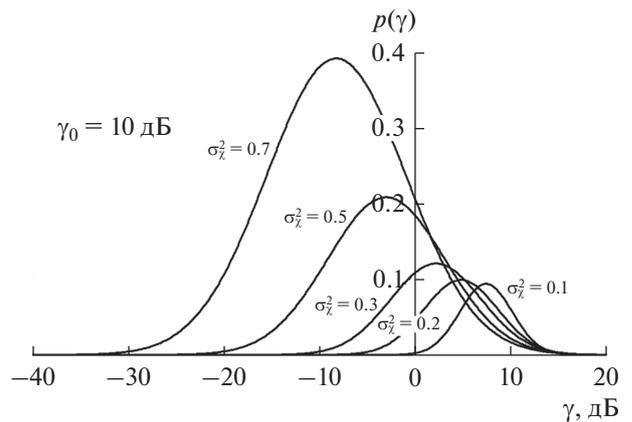


Рис. 2

При значении  $z_1$  порядка  $1.5 \cdot 10^9$  м (т. Лагранжа L2) [1] и длине волны 4 мм, радиус первой зоны Френеля вблизи поверхности Земли составит около 2450 м, что значительно больше внешнего масштаба турбулентности ( $L_0$ ). Поэтому, в данном случае, режим дифракции Фраунгофера обеспечит быстрый рост дисперсии уровня  $\chi$  от  $z$ .

### ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБОЧНОГО ПРИЕМА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ В ТРОПОСФЕРНОМ КАНАЛЕ ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОЙ И КОГЕРЕНТНОЙ ДЕМОДУЛЯЦИИ

Выражение (2) описывает плотность вероятности мгновенного значения ОСШ в тропосферном канале. На рис. 2 представлена указанная плотность при среднем значении ОСШ ( $\gamma_0$ ) 10 дБ и разных значениях дисперсии. Из анализа кривых следует, что при возрастании дисперсии вероятность мгновенного значения ОСШ смещается в область низких значений.

Усреднением вероятностей ошибок в гауссовом шуме по статистике логнормальных замира-

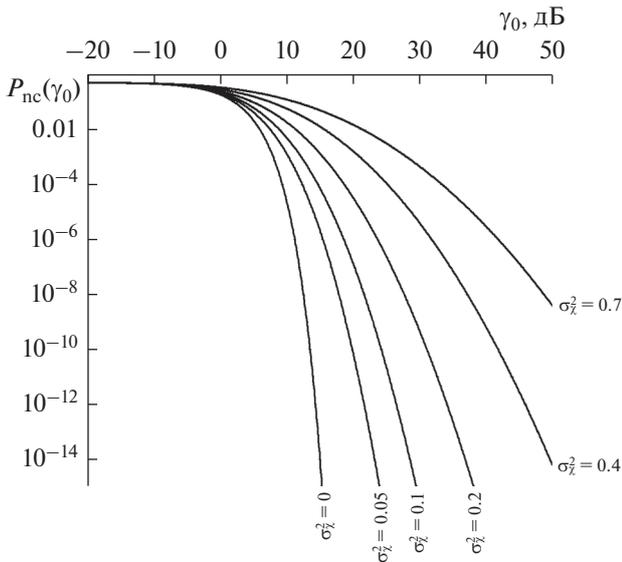


Рис. 3

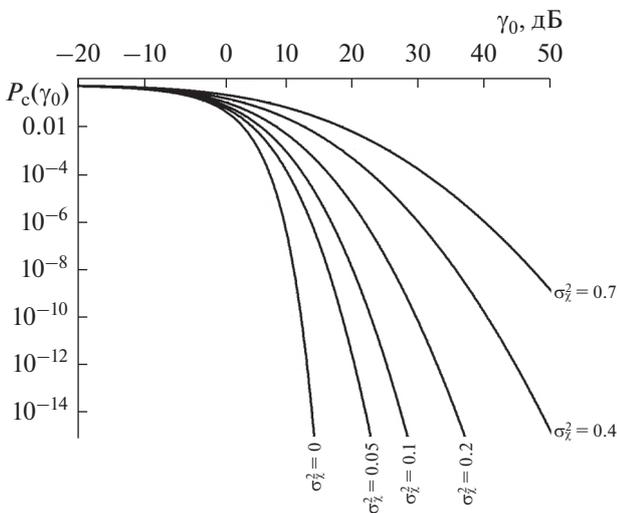


Рис. 4

ний в тропосферном канале определим вероятность ошибок для некогерентного (13) и когерентного (14) приемов соответственно сигналов ОФМ-2 и ФМ-2/ФМ-4 от среднего значения ОСШ ( $\gamma_0$ )

$$P_{nc}(\gamma_0) = \left(1/4\sqrt{2\pi\sigma_\chi^2}\right) \times \int_0^\infty 1/\gamma \exp\left[-\left(\ln\sqrt{\gamma/\gamma_0} + \sigma_\chi^2\right)^2/2\sigma_\chi^2\right] \exp(-\alpha\gamma) d\gamma, \quad (13)$$

$$P_c(\gamma_0) = \left(1/4\sqrt{2\pi\sigma_\chi^2}\right) \int_0^\infty 1/\gamma \times \exp\left[-\left(\ln\sqrt{\gamma/\gamma_0} + \sigma_\chi^2\right)^2/2\sigma_\chi^2\right] \operatorname{erfc}\sqrt{\alpha\gamma} d\gamma, \quad (14)$$

где  $\alpha = 1$  для фазоманипулированных сигналов. Зависимости вероятности ошибок для некогерентного и когерентного приемов сигналов при разных значениях дисперсии представлены соответственно на рис. 3, 4.

Некогерентный прием сигналов отличается от когерентного приема более простым демодулятором, в котором не происходит выделение несущей частоты сложными схемами с использованием узкополосного полосового фильтра [6, 7]. Определение значения бита/символа происходит сравнением  $n$  и  $n + 1$  символов. Кроме того, некогерентный демодулятор менее инерционен, при появлении сигнала достаточно быстро, начиная со второго символа, выполняется его демодуляция [6].

Когерентный прием сигналов обеспечивается выделением несущей когерентной опоры, относительно которой происходит выделение фазы принимаемого сигнала [6, 7]. Этот демодулятор более сложен и инерционен поскольку схема выделения несущей опорной частоты содержит узкополосный полосовой фильтр, обеспечивающий фильтрацию принятого сигнала от шумов, что в свою очередь обеспечивает большую помехоустойчивость (меньшую вероятность ошибки при заданном значении ОСШ). Узкая полоса фильтра определяет точность выделения когерентной опоры, при этом предъявляются дополнительные требования к каналу передачи данных [6].

Интервал корреляции флуктуации амплитуды и фазы сигнала определяется изменением диэлектрической проницаемости, влияющей на вариации показателя преломления [5], и составляет от единиц до десятков секунд. Исходя из этого канал передачи данных является относительно спокойным, отсутствуют значимые быстрые замирания. В этом случае целесообразно применять когерентный демодулятор, который несмотря на относительную сложность более помехоустойчив по сравнению с некогерентным.

Например, для значения ОСШ 9.29 дБ (при скорости передачи данных в симплексе до 16–20 Гбит/с), полученной в [1] для случая размещения передатчика в т. Лагранжа L2 ( $1.5 \cdot 10^9$  м), при угле места антенны  $17.3^\circ$ , длине пути по тропосферному каналу ( $z$ ) 40 км дисперсия ( $\sigma_\chi^2$ ) составит около 0.2 (рис. 2). При этих условиях вероятность ошибки некогерентного приема составит 0.024, а когерентного  $9.66 \cdot 10^{-3}$ . Во втором случае применение случайного помехоустойчивого евклидово-геометрического LDPC кода с ~~линейным расширением и итеративным SPA (Sum Product Algorithm) декодированием~~ [8] позволит снизить вероятность ошибки до  $10^{-5}$ .

При перемещении КА из окрестности L2 на геоцентрическую орбиту “Радиоастрона” среднее

значение ОСШ на входе приемника возрастет по крайней мере на 12 дБ. Радиус первой зоны Френеля по-прежнему существенно будет превосходить внешний масштаб турбулентности даже в перигее, обеспечивая выполнение условий дифракции Фраунгофера и линейное возрастание дисперсии логнормальной флуктуации от длины пути по тропосфере. В этом случае при  $\sigma_\chi^2 = 0.2$  когерентный демодулятор обеспечит вероятность ошибки не хуже  $5 \cdot 10^{-6}$ , даже без применения помехоустойчивого кода.

Плотность вероятности логнормального процесса для флуктуации амплитуды и мгновенного значения ОСШ получены, когда применимо первое приближение метода плавных возмущений [2], при этом экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими вплоть до значений дисперсии  $\sigma_\chi^2 \leq 1$ . В представленных примерах (рис. 1) это соблюдается.

В настоящее время наряду с изотропной Колмогоровской турбулентностью, именуемой некогерентной, интенсивно изучается когерентная турбулентность [9]. Спектр когерентной турбулентности более узкий, быстроспадающий относительно спектра некогерентной структуры. Благодаря этому когерентная турбулентность представляет собой трехмерный топологический солитон, начиная от единичной упорядоченной ячейки Бенара, до систем периодически распределенных в пространстве гидродинамических возмущений, как, например, систем разнообразных валов. Причем наиболее крупными системами, с радиусом до 5000 км, являются ячейки Ферреля и Гадлея (Ferrell, Hadley) [9]. Их можно рассматривать как разновидность ячеек Бенара в тонком сферическом слое (в масштабах Земли). В этом типе когерентной турбулентности условие нормальности распределенного уровня  $\chi$  уже не будет выполняться и параметры случайного сигнала в данном типе турбулентности необходимо определять экспериментально, статистическим методом, по выборке случайных величин [10].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение мм диапазона в НКР в условиях отсутствия тропосферных гидрометеоров существенно увеличивает скорость передачи данных на линии КА-НСС вследствие увеличения полосы частот канала. Однако флуктуации амплитуды сигнала, возникающие вследствие турбулентности тропосферы снижают помехоустойчивость и скорость передачи данных. Указанные факторы определяют следующие особенности использования радиоволн мм диапазона при организации каналов связи: угол места антенны должен быть

$>17^\circ$ , поскольку в противном случае существенно возрастает путь радиосигнала в тропосфере, что с одной стороны повышает дисперсию логнормальных флуктуаций амплитуды, а с другой увеличивает затухание сигнала; формируемая схема передачи данных представляется гибкой; например, возможно снижение скорости передачи с 16–20 до 8–10 Гбит/с, что еще является достаточно высокой скоростью, но при этом ОСШ на входе приемника увеличивается на 3 дБ. Возможно, не снижая общей скорости передачи, уменьшить информационную скорость, применив тем самым современный помехоустойчивый код, изменяемый в зависимости от внешних условий при длительном процессе работы НКР; при возникновении на пути распространения радиосигнала структур когерентной турбулентности солитонного типа, уровень  $\chi$  в которых не распределен по нормальному закону, статистические параметры сигнала необходимо определять экспериментально.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андрианов М.Н., Костенко В.И., Лихачев С.Ф. О повышении спектральной эффективности и пропускной способности в канале передачи данных на линии космический аппарат – наземная станция слежения // Космич. исслед. 2018. Т. 56. № 1. С. 85–92. (Cosmic Research. P.)
2. Рытов С.М., Крайцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. С. 25; 82–83; 281–282; 321–325; 332; 335.
3. Андрианов М.Н. Разработка субоптимальных алгоритмов повышения эффективности систем подвижной радиосвязи // Диссертация на соискание уч. ст. к.т.н. М.: ИРЭ РАН, 2009. С. 69–75; 114–117.
4. Andrianov M., Kiselev I. Application of the Mode Inter-mittent Radiation in Fading Channels // Digital Communication. Publishing house InTech. P. 139–160. March 2012.
5. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. С. 76; 118–119; 132–135; 187–189; 426–434.
6. Окунев Ю.Б. Цифровая передача информации фазоманипулированными сигналами. М.: Радио и связь, 1991. С. 90–112; 149–173; 228–235; 237–239.
7. Скляр Б. Цифровая связь. М.: Вильямс, 2003. С. 135–138; 236–239; 250–251; 577–580.
8. Yu Kou, Shu Lin, Marc P.C. Fossorier. Low-Density Parity-Check Codes Based on Finite Geometries: A Rediscovery and New Results // IEEE Trans. On Inform. Theory. 2001. V. 47. № 7. P. 2711–2736.
9. Носов В.В., Григорьев В.М., Ковадло П.Г. и др. Когерентные структуры в турбулентной атмосфере. Эксперимент и теория // Солнечно-земная физика. 2009. Вып. 14. С. 97–113.
10. Купер Дж., Макгиллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем. М.: Мир, 1989. С. 135–154.